第4章　ツリーの構築

# 第1節　ツリーの構築の基礎

* ツリーアプローチのツリーとは，ある時点における状態が，次の瞬間にどのくらいの確率でどの状態に変化していくかという事を，ノード（節点）と，その間の確率（推移確率）で離散的に表現したもの．
* ３本の枝分かれによる金利の期待値と分散が確率微分方程式と一致するように，ノードの表す金利とノード間の推移確率を求める．
* ツリーを構築するためには，金利が従う確率微分方程式を連続的な式から離散的な式にする必要がある．

|  |  |
| --- | --- |
| ●連続  ●離散 |  |

* 時間方向のノードの番号を，金利方向のノードの番号をとする．かつ，の初期値が0であるとすると，金利が時刻の間にの確率でだけ上昇，の確率でだけ下落，の確率で変化しないとする．この時，以下の式が成立する．

|  |  |
| --- | --- |
| ただし， |  |

## 4.2節　推移確率の算出

* とする．（に設定すると離散化による誤差が小さくなることが知られている）
* 期待値，分散，確率の総和が1である事を踏まえ，推移確率として以下の式を得る．



* Jが大きくなると確率が負になってしまう．これは平均回帰性を持つ金利を想定しているのにも関わらず，金利が無限大に大きいまたは小さい状況も想定しているためである．
* このようなことがないように，ある程度jが大きくなったら下向き及び上向きツリーを導入する．



* 3つの確率が正になるためには以下の不等式を満たす必要がある．



* 実際にツリーを構築する場合には，ツリーの大きさがなるべく小さくなるように設定する．したがって，